

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 550.384

doi: 10.26907/2542-064X.2023.4.606-619

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ДИПОЛЬНЫХ И НЕДИПОЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ ГЕОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

С.В. Старченко, С.В. Яковлева

*Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), Троицк, Москва, 108840, Россия*

Аннотация

Полная энергия потенциального геомагнитного поля (до границы ядро – мантия) разбивается на дипольную и недипольную части, которые сравниваются исходя из их эволюции и частотных свойств. Наши расчеты основаны на общедоступной и достаточно надежной модели геомагнитного поля COV-OBS.x2, охватывающей период 1840–2020 гг. Предлагаемые аппроксимации на более длительные периоды предварительны, поскольку требуют дальнейшей оценки ошибок посредством сравнения с другими историческими наблюдательными, палеомагнитными моделями геомагнитного поля, а также с численными моделями геодинамо. Фактически дипольная энергия (около 5 ЭДж) всего в три раза превышает недипольную, а не на порядок и более, как это было принято считать до сих пор. Дипольная энергия сравнительно медленно и монотонно уменьшается, а недипольная часть изменяется значительно быстрее и квазипериодически. Поэтому характерные времена для диполя порядка тысячи лет, а для недипольной компоненты – порядка сотен лет. Если ограничиться квадруполем и октуполем (такое ограничение естественно для палео- и археомагнитологов), то энергия такой «урезанной» недипольной части монотонно растет и демонстрирует эволюционные и частотные характеристики, существенно отличающиеся от полной (до 14-й сферической гармоники) недипольной части. Мощность или временная производная от энергии более вариативна по сравнению с энергией и по порядку величины составляет около ста МВт как для дипольной, так и для недипольной части. Частотные характеристики получают из анализа отношения мощности к энергии.

Ключевые слова: геомагнитная энергия, диполь, недиполь, эволюция, сравнение.

Введение

Работа посвящена сравнительному эволюционному и, в определенном роде, пространственному анализу как наблюдаемых, так и моделируемых дипольных и недипольных компонент энергии потенциального геомагнитного поля.

У поверхности Земли напряженность магнитного поля дипольной компоненты на порядок и более превышает напряженность известного недипольного поля [1–3]. Поскольку энергия пропорциональна квадрату напряженности, то дипольная энергия на два-три порядка превышает недипольную у поверхности. Вблизи ядра Земли напряженности этих компонент становятся сравнимыми, а в глубине ядра доминирует недипольная компонента [4, 5].

Исследуемую здесь потенциальную часть главного геомагнитного поля начал изучать P. Mauersberger в 1956 г. [6]. В 1966 г. F.J. Lowes, по сути, положил начало изучению энергии геомагнитного поля в работе [7]. Он же в работе [4], базируясь на исследовании [6], определил радиальную плотность мультипольных компонент энергии (на фиксированной сфере радиуса r) этого поля через стандартные [1] коэффициенты Гаусса, радиус Земли a и мультипольное число n ($n = 1$ – диполь, $n = 2$ – квадруполь, $n = 3$ – октуполь и т. д.) согласно уравнению 1:

$$R_n = (n+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{2n+4} \sum_m^n \left[(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2 \right] \quad (1)$$

С тех пор только это выражение использовалось при исследовании фактически удельной энергии (в Дж/м) всеми известными нам авторами. И только сравнительно недавно Bayanjargal в [8] проинтегрировал эту плотность на 80 км от поверхности Земли, чтобы получить суммарную энергию $E \sim 10^{16}$ Дж в этом узком слое. Независимо от этого мы, интегрируя по радиусу от поверхности ядра до бесконечности (интеграл уже сходится на расстоянии менее a от поверхности Земли) [9], получили на два-три порядка большую энергию, которая сосредоточена у ядра Земли и выражается уравнением 2:

$$E_n = \frac{2\pi a^3}{\mu_0} \sum_{n=1}^{14} \left\{ \left(\frac{a}{c} \right)^{2n+1} \frac{n+1}{2n+1} \sum_{m=0}^n \left[(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2 \right] \right\} . \quad (2)$$

Именно эта энергия представляется наиболее адекватной для выявления глобальных временных характеристик наблюдаемого геомагнитного поля и скрытого от наблюдателя геодинамо. Эти характеристики уже были частично выявлены авторами в ряде предыдущих работ [9, 10] на примере моделей Jackson et al. (2000), IGRF, Gillet et al. (2015) [2, 3, 11].

Естественным образом из уже известных величин энергии геомагнитного потенциального поля можно получить очевидное выражение для вклада n -гармоники в мощность:

$$P_n = dE_n / dt, \quad (3)$$

и его удельной вариации или частоты:

$$S_n = (dE_n / dt) / E_n. \quad (4)$$

В качестве естественной частотной меры предлагается отношение временной вариации значений ряда к самому значению, что эквивалентно логарифмической производной или удельной вариации. По сравнению с традиционными анализами, базирующимися на разложении Фурье, преимущество анализа удельных вариаций заключается в возможности оценивать характерные времена, превышающие длину ряда. При этом можно опираться на гипотезу эргодичности [12, 13], которая делает сравнимыми усреднения по времени и по пространству или свидетельствует о том, что статистические свойства практически не зависят от реализации.

Вместе с тем в геодинамо для некоторых магнитных объектов возможна нарушенная эргодичность (broken ergodicity) [14, 15]. Соответствующие моды будут флуктуирующими случайными величинами с нулевым средним, и в большинстве случаев так оно и есть, за исключением некоторых образований самого

крупного масштаба, которые будут иметь большое среднее значение и сравнительно небольшие флуктуации.

В контексте этой работы естественно ожидать, что такой самый крупный масштаб и малые вариации будут у диполя, что подтверждается прямыми измерениями [2, 16], археомагнитными [17, 18] и палеомагнитными [19–21] реконструкциями. Соответственно, недипольные составляющие ожидаются меньшими по величине, но с большими относительными вариациями, которые будут происходить на более коротких характерных временах.

1. Результаты и их обсуждение

1.1. Исходная модель и эволюционный анализ энергий. В данной работе за основу взята одна из наиболее успешных глобальных геомагнитных моделей COV-OBS.x2 из работы [16]. Эта модель охватывает период 1840–2020 гг. и основана на обсерваторских и спутниковых наблюдениях, а также на более старых исследованиях.

Основной вклад в энергию E вносят три первых дипольных коэффициента этой модели, которые определяются с суммарной погрешностью менее 0.1%. Производная же (или мощность P из уравнения 3) определяется соответствующими производными от первых 15-ти коэффициентов Гаусса (диполь, квадруполь и октуполь) с суммарной ошибкой менее 1% от среднеквадратичных величин [9].

На рис. 1 сравниваются различные суммарные энергии: общая суммарная энергия ($E = E_1 + E_2 + \dots + E_{14}$), дипольная энергия (E_1), недипольная энергия ($E - E_1$) и сумма октупольной и квадрупольной энергии ($E_2 + E_3$).

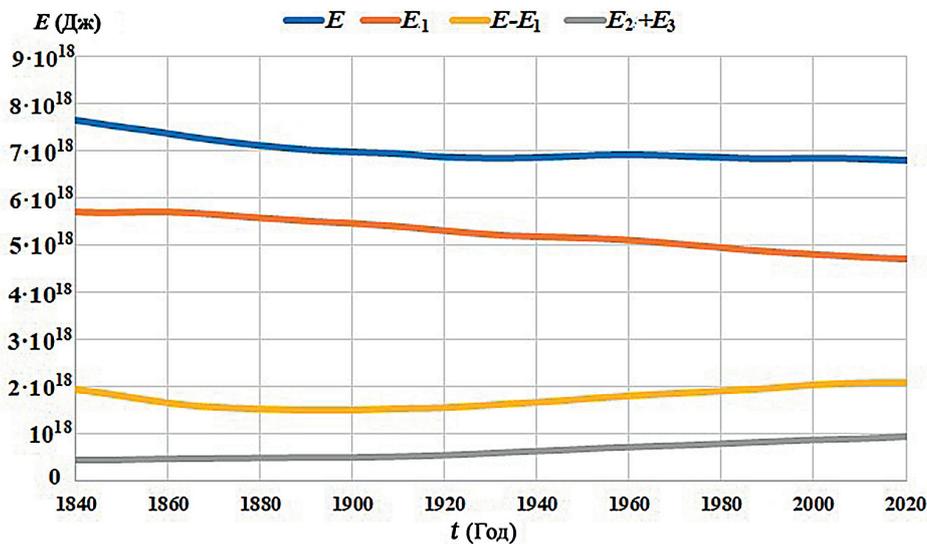


Рис. 1. Эволюционные графики энергии геомагнитного поля: общая суммарная энергия ($E = E_1 + E_2 + \dots + E_{14}$), дипольная энергия (E_1), недипольная энергия ($E - E_1$) и сумма октупольной и квадрупольной энергии ($E_2 + E_3$)

Очевидна крайне малая вариативность представленных на рис. 1 энергий, что обусловлено небольшой длительностью рассматриваемого периода

1840–2020 гг. по сравнению с характерными геомагнитными временами или периодами (см. раздел 3 ниже и множество известных публикаций [1, 5, 13, 17, 20, 21, 24]).

Дипольная энергия E_1 вполне сравнима с полной энергией E . Поэтому палеомагнитные, археомагнитные и исторические исследования могут претендовать на достаточно достоверную оценку величины всей геомагнитной энергии потенциального поля с использованием лишь дипольной составляющей. Напротив, сомнительно использование только квадрупольного и октупольного ($E_2 + E_3$) для оценки величины всего недипольного поля $E - E_1$, поскольку $E_2 + E_3$ меньше $E - E_1$ в два-три раза.

Особо следует отметить, что энергия дипольного поля всего лишь в три раза превышает энергию недипольного поля. И это при условии, что энергия пропорциональна квадрату поля и рассматривается только поле в практически изоляторах. Этот факт должен повлиять на массовое сознание, которое до сих пор считает, что геомагнитное поле диполя очень сильно доминирует над остальным недипольным полем.

1.2. Эволюционный анализ мощностей. На рис. 2, *a* и *б* по аналогии с рис. 1 представлены суммарные мощности, которые более вариативны по сравнению с энергиями и имеют порядок величины в сотни МВт. Такое обстоятельство свидетельствует о сильной нелинейности геомагнетизма. Общеизвестно, что она такая нелинейность воспроизводится в многочисленных геомагнетизма подобных моделях [5, 25 и ссылки в них].

На рис. 2, *a* сравниваются суммарная мощность P и дипольная мощность P_1 . Легко увидеть, что эти мощности преимущественно негативны, в основном из-за уменьшения модуля диполя в современную эпоху. Преимущественно эволюционное поведение дипольной энергии аналогично поведению полной энергии. Однако примерно с 1840 по 1900 г. наблюдается весьма существенное отступление от такой синхронизации. Возможно, это свидетельствует о различных режимах геомагнетизма. Вместе с тем не исключено, к сожалению, что рассматриваемая исходная геомагнитная модель не является достаточно достоверной для исследования мощностей в этом интервале времени. Несколько успокаивает лишь то обстоятельство, что изображенные во вставке на рис. 2, *a* статистические характеристики являются сходными между собой как для дипольной, так и для полной энергии.

Более выражено (рис. 2, *б*) отсутствие синхронизации также в 1840–1900 гг. между мощностью всего недипольного поля $P_2 = d(E - E_1)/dt$ и суммарной мощностью двух недипольных компонент $P_3 = d(E_2 + E_3)/dt$. При этом статистические характеристики P_2 существенно отличаются от характеристик P_3 (вставка на рис. 2, *б*). Поэтому мы приходим к неутешительному выводу, что «урезанное» до квадрупольного и октупольного недипольное поле вряд ли может достаточно достоверно отображать все недипольное поле.

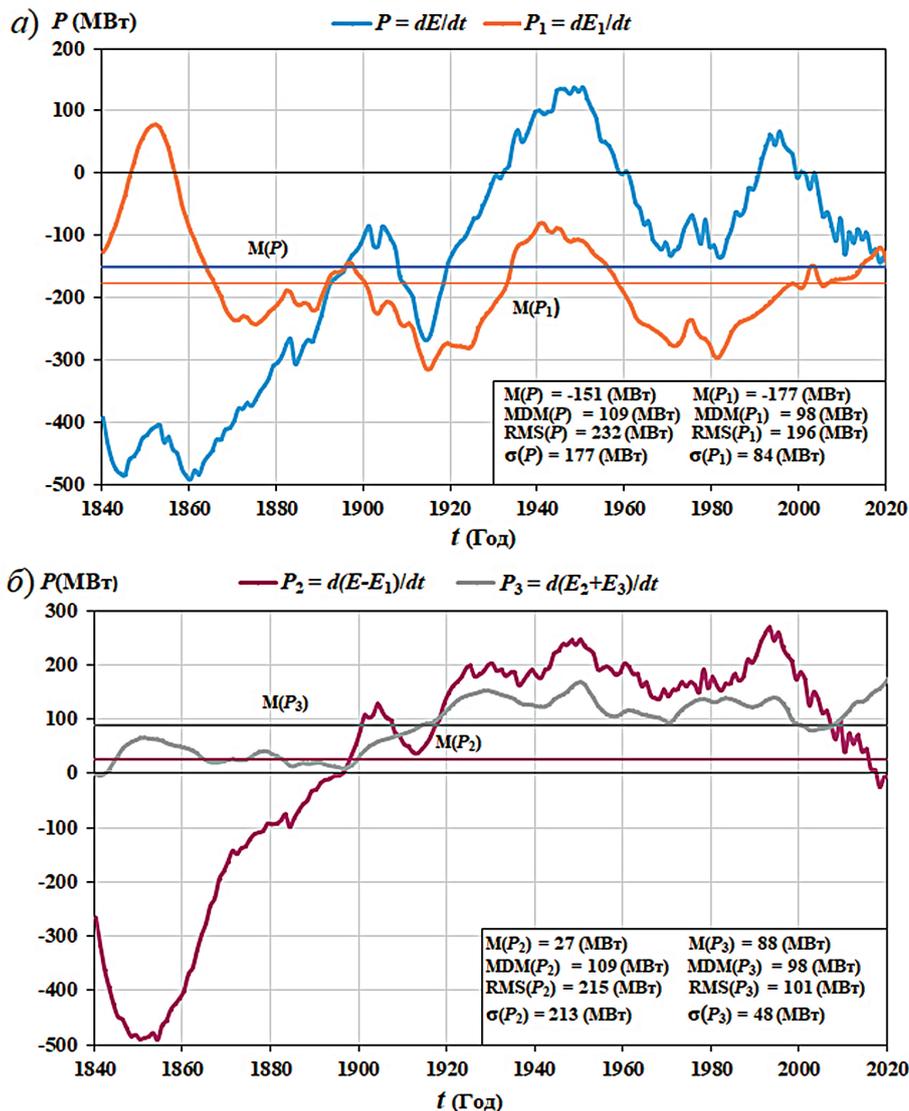


Рис. 2. Сравнительные эволюционные графики различных компонент мощности геомагнитного поля: а) общая суммарная мощность $P = dE/dt$ и дипольная мощность $P_1 = dE_1/dt$; б) мощность всего недипольного поля $P_2 = d(E - E_1)/dt$ и суммарная мощность двух недипольных компонент $P_3 = d(E_2 + E_3)/dt$. Во вставках представлены статистические величины: М – среднеарифметическое значение, MDM – медиана, RMS – среднеквадратичное значение, σ – среднеквадратичное отклонение

1.3. Эволюционный анализ частот. По аналогии с рис. 2. на рис. 3 представлены попарно удельные вариации или частоты, рассчитанные по уравнению 4.

Обратная к изображенным на рис. 3 частотам величина представляет собой характерные времена, выраженные в столетиях. Таким образом, получаем естественную меру для вековых вариаций.

Частоты дипольной S_1 и полной S энергии сравниваются на рис. 3, а. Среднеарифметическое, среднеквадратичное и медианное значения для диполя соответствует характерному времени около тысячи лет, за которые дипольная энергия E_1

уменьшится в e раз. Соответственно, полная энергия E уменьшается медленнее – за пару тысяч лет. Малые среднеквадратические отклонения частот также соответствуют характерным временам порядка одной-двух тысяч лет, что согласуется с основными характерными временами геодинамо [5, 25 и ссылки в них].

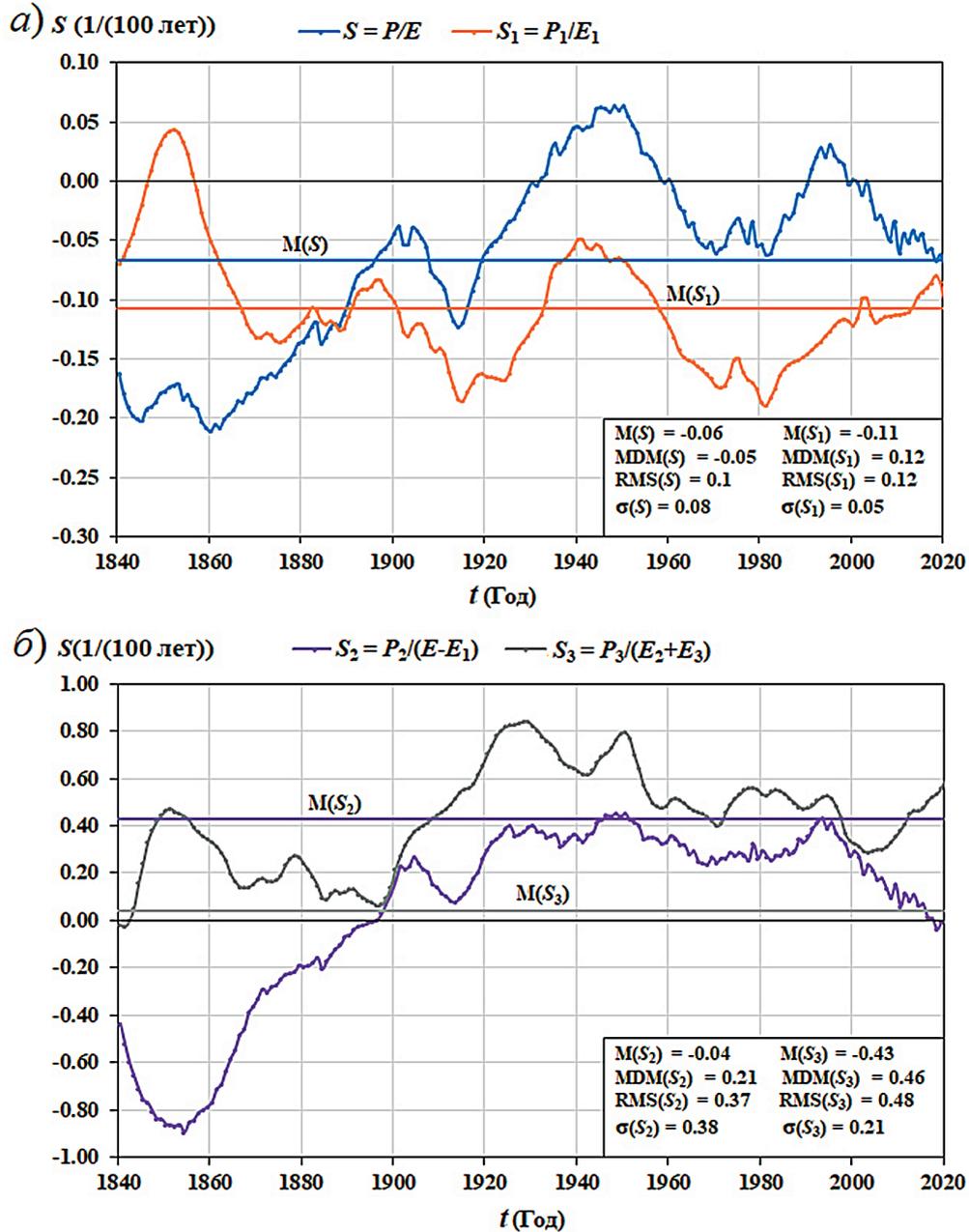


Рис. 3. Эволюционные графики удельной вариации или частоты геомагнитного поля: а) общая суммарная вариация $S = P/E$ и дипольная вариация $S_1 = P_1/E_1$; б) недипольная вариация $S_2 = P_2/(E - E_1)$ и вариация суммы двух недипольных гармоник – октупольной и квадрупольной $S_3 = P_3/(E_2 + E_3)$. Во вставках отображены соответствующие статистические значения, аналогичные представленным на рис. 2

Частоты полной недипольной S_2 и «урезанной» до суммы квадруполь-октуполь S_3 энергий сравниваются на рис. 3, б. Среднеквадратичное и медианное значения для S_2 соответствуют характерным временам около 400 лет, за которые недипольная энергия $E - E_1$ увеличивается примерно в e раз. Соответственно, «урезанная» недипольная энергия $E_2 + E_3$ растет быстрее – за пару сотен лет. Среднеарифметические значения для этих недипольных компонент значимо отличаются. Это приводит к характерным усредненным временам для S_2 около 2500 лет, а для S_3 примерно в десять раз меньше.

1.4. Обсуждение результатов. Проведено исследование полной, дипольной и недипольной энергий потенциальной части геомагнитного поля, которые практически полностью и с хорошей точностью нам доступны из непосредственных наблюдений и палеомагнитных реконструкций. На базе непосредственных наблюдений с 1840 по 2020 г. (в рамках модели COV-OBS.x2 из работы [16]), проведен сравнительный эволюционный анализ вышеозначенных энергий за этот период.

Сопоставив полную и дипольную энергии, мы пришли к выводу, что дипольная энергия вполне представительна для адекватного моделирования полной энергии. Таким образом, палеомагнитные исследования, которые в первую очередь и преимущественно исследуют диполь, вполне могут соотноситься с глобальными свойствами геодинамо. Вместе с тем, разумеется, остается не до конца решенной проблема переноса полученных нами на сравнительно коротком временном интервале результатов на более длительные периоды, изучаемые в палеомагнетизме. Эту проблему можно решать, систематически сравнивая свойства кратковременных и долговременных моделей, как, например, это было сделано в работе [26]. Мы ограничились постулированием гипотезы эргодичности (возможно, частичной) – см. во введении выше. Эволюция временных производных или мощностей от полной и дипольной энергии частично подтверждают эту гипотезу статистически, поскольку в обоих случаях получаются энергии порядка ста МВт и характерные времена порядка тысячи лет (физические основы для таких мощностей и временных интервалов см., например, в работах [27, 28]). Однако несколько беспокоит то, что примерно с 1900 г. полная и дипольная энергии эволюционируют (рис. 2, а) достаточно синхронно, а позже наблюдается потеря подобной синхронизации. Еще в большей степени такая потеря наблюдается при сравнении полной недипольной энергии с «урезанной» недипольной энергией, которая обусловлена только квадруполем и октуполем (рис. 2, б). Эта «урезанность» преимущественно используется в палеомагнетизме (а то и вовсе ограничиваются лишь квадруполем) для описания недипольной составляющей. К сожалению, проведенные нами исследования свидетельствуют о том, что такая «урезанная» энергия лишь частично воспроизводит свойства всей недипольной энергии. Хотя обе эти энергии характеризуются мощностью порядка 100 МВт и эта величина сравнима с мощностью для полной и дипольной энергии, во всех других эволюционных, статистических и частотных характеристиках наблюдается заметная разница между «урезанной» и полной энергиями.

В нашем исследовании применена общедоступная и достаточно точная модель COV-OBS.x2 из работы [16], охватывающая временной период 1840–2020 гг. Перенос полученных результатов на более длительные периоды возможен только по порядку величины, так как для обоснования такого переноса необходимо

оценить сопутствующие ошибки путем сравнения с другими наблюдательными, палеомагнитными моделями геомагнитного поля, а также численными моделями геодинамо. Нам известна лишь одна работа в сходном направлении [26], в которой по еще более коротким спутниковым данным с привлечением численных моделей геодинамо делается обобщение на более длительные интервалы времени (до миллионов лет). Для предлагаемого нами подхода в первую очередь было бы оправданно сравнение с другими историческими моделями [2, 3, 23], подобно тому, как это было сделано в работе [9]. Не менее содержательным представляется привлечение соответствующих археомагнитных и/или палеомагнитных моделей. Частично это можно сделать на основе работы [18], в которой показано, что на временном интервале с 1600 по 1840 г. происходило увеличение величины геомагнитного осевого диполя. Соответственно, наша удельная вариация или частота (рис. 3, *a*) была положительна в этот период, но поменяла знак вскоре после 1840 г. При этом абсолютная величина этой частоты в среднем соответствует характерному времени порядка тысячи лет, что хорошо согласуется с предлагаемым подходом. Аналогичные величины для характерных времен диполя порядка тысячи лет следуют и из многих палеомагнитных реконструкций и геодинамо-моделей [5, 13, 17, 20, 21, 24, 25]. Однако в доступной нам литературе отсутствует оценка недипольных характерных времен, которые, согласно примененному подходу, оказались в несколько раз меньше – порядка сотен лет. Поэтому представляется актуальным продолжить работу по более детальному сравнительному анализу различных моделей с целью выявления характерных временных «подписей» для дипольных и недипольных компонент магнитной энергии.

Заключение

В работе на временном интервале с 1840 по 2020 г., возможно, впервые исследованы дипольные и недипольные составляющие суммарной магнитной энергии наблюдаемого потенциального поля (до границы с ядром Земли) и соответствующих мощностей, которые являются временными производными от этих энергий. Под недипольным полем подразумеваются остаток после вычета дипольных составляющих из общего поля и отдельные составляющие – «урезанная» версия, состоящая из квадруполь и октуполь. Такая версия естественным образом используется в палеомагнитных моделях, в которых октуполь – это максимальная детализация. С помощью сравнительного метода исследованы детали эволюции, простейшие статистические и частотные характеристики всех упомянутых составляющих.

Проведенные исследования показали, что дипольная энергия (~5 ЭДж) примерно в три раза превышает недипольную, опровергая практически общепринятое положение о том, что дипольная составляющая геомагнитной энергии превосходит недипольную более чем на порядок. При этом дипольная составляющая выделяется достаточным образом, чтобы оставаться репрезентативной для всей суммарной энергии. Производная энергии от времени, или мощность, более вариативна по сравнению с энергией. Порядок величины этой мощности невелик как для дипольной, так и для недипольной, и составляет около 100 МВт. Интересно отметить, что это всего лишь величина, достижимая для обыкновенной, хотя и достаточно крупной электростанции. А мощность всего геодинамо примерно на четыре порядка больше, поскольку основное магнитное поле полностью от нас скрыто в глубинных недрах ядра Земли [5, 25].

Частота, полученная делением мощности на дипольную энергию, соответствует периодам порядка тысячи лет и хорошо согласуется с палеомагнитными реконструкциями и геодинамо моделями [5, 13, 17, 20, 21, 24, 25]. При делении мощности на недипольную энергию найдены ранее не идентифицированные, в несколько раз меньшие периоды, поскольку недипольные составляющие в несколько раз меньше дипольных. При этом «поведение» всего недипольного поля существенно отличается от его «урезанной» части. «Урезанная» часть почти монотонно растет, а полная – осциллирует, демонстрируя при этом статистические и частотные параметры, отличающиеся от «урезанной». Поэтому, к сожалению, палеомагнитные исследования не смогут претендовать на уверенную идентификацию всего недипольного поля, но продолжение работы по выявлению важнейших (например, для описания поля во время экскурса или инверсии) его частей является актуальным.

Главный недостаток работы заключается в том, что она основана только на одной исторической модели [16], что практически не позволяет адекватно оценить ошибки полученных результатов. Для устранения этого недостатка в дальнейшем планируется привлечение других наблюдательных, палеомагнитных моделей геомагнитного поля, а также численных моделей геодинамо.

Благодарности. Работа выполнена за счет бюджета ИЗМИРАН в рамках госфинансирования по теме программы ФНИ ГАН «Исследование магнетизма Земли и планет» (No 0037-2014-0004).

Литература

1. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Л.: Издательство ЛГУ, 1978. 591 с.
2. Jackson A., Jonkers A.R.T., Walker M.R. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records // *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2000. V. A358. P. 957–990. <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0569>.
3. Thebaud E., Finlay C.C., Beggan C.D., Alken P., Aubert J., Barrois O., Bertrand F., Bondar T., Boness A., Brocco L., Canet E., Chambodut A., Chulliat A., Coisson P., Civet F., Du A., Fournier A., Fratter I., Gillet N., Hamilton B., Hamoudi M., Hulot G., Jager T., Korte M., Kuang W., Lalanne X., Langlais B., Leger J.-M., Lesur V., Lowes F.J., Macmillan S., Manda M., Manoj C., Maus S., Olsen N., Petrov V., Ridley V., Rother M., Sabaka T.J., Saturnino D., Schachtschneider R., Sirol O., Tangborn A., Thomson A., Toffner-Clausen L., Vigneron P., Wardinski I., Zvereva T. International geomagnetic reference field: The 12th generation // *Earth Planets Space*. 2015. V. 67, No 1. Art. 79. <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9>.
4. Lowes F.J. Spatial power spectrum of the main geomagnetic field, and extrapolation to the core // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1974. V. 36, No 3. P. 717–730. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1974.tb00622.x>.
5. Schaeffer N., Jault D., Nataf H.-C., Fournier A. Turbulent geodynamo simulations: A leap towards Earth's core // *Geophys. J. Int.* 2017. V. 211, No 1. P. 1–29. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx265>.
6. Mauersberger P. Das Mittel der Energiedichte des geomagnetischen Hauptfeldes an der Erdoberfläche und seine sakulare Änderung // *Gerlands Beitr. Geophys.* 1956. V. 65. P. 207–215.
7. Lowes F.J. Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields // *J. Geophys. Res.* 1966. V. 71, No 8. P. 2179–2179. <https://doi.org/10.1029/JZ071i008p02179>.
8. Bayanjargal G. The total energy of geomagnetic field // *Geomech. Geophys. Geo-energ. Geo-resour.* 2015. V. 1, No 1–2. P. 29–33. <https://doi.org/10.1007/s40948-015-0006-y>.

9. *Старченко С.В., Яковлева С.В.* Спектры энергии и мощности потенциального геомагнитного поля с 1840 г. // Геомагнетизм и аэрономия. 2019. Т. 59, № 2. С. 258–264. <https://doi.org/10.1134/S0016794019010127>.
10. *Старченко С.В., Яковлева С.В.* Определение удельных временных вариаций энергии потенциального геомагнитного поля из IGRF модели // Геомагнетизм и аэрономия. 2019. Т. 59, № 5. С. 649–654. <https://doi.org/10.1134/S0016794019050122>.
11. *Gillet N., Barrois O., Finlay C.C.* Stochastic forecasting of the geomagnetic field from the COV-OBS.x1 geomagnetic field model, and candidate models for IGRF-12 // Earth, Planet and Space. 2015. V. 67, No 1. Art. 71. <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0225-z>.
12. *De Santis A., Qamili E., Cianchini G.* Ergodicity of the recent geomagnetic field // Phys. Earth Planet. Inter. 2011. V. 186, No 3–4. P. 103–110. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2011.04.008>.
13. *Shebalin J.V.* Magnetohydrodynamic turbulence and the geodynamo // Phys. Earth Planet. Inter. 2018. V. 285. P. 59–75. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2018.10.008>.
14. *Shebalin J.V.* Magnetic helicity and the geodynamo // Fluids. 2021. V. 6, No 3. Art. 99. <https://doi.org/10.3390/fluids6030099>.
15. *Shebalin J.V.* Broken ergodicity in magnetohydrodynamic turbulence // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 2013. V. 107, No 4. P. 411–466. <https://doi.org/10.1080/03091929.2011.589385>.
16. *Huder L., Gillet N., Finlay C.C., Hammer M.D., Tchoungui H.* COV-OBS.x2: 180 years of geomagnetic field evolution from ground-based and satellite observations // Earth, Planets and Space. 2020. V. 72, No 1. Art. 160. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01194-2>.
17. *Нечасова И.Е., Пулипенко О.В.* Археомангнитные исследования в Институте физики земли им. О.Ю. Шмидта (исторический обзор, основные результаты) // Физика Земли. 2019. № 2. С. 123–136. <https://doi.org/10.31857/S0002-333720192123-136>.
18. *Troyano M., Gallet Y., Genevey A., Pavlov V., Fournier A., Lagroix F., Niyazova M., Mirzaakhmedov D.* Analyzing the geomagnetic axial dipole field moment over the historical period from new archeointensity results at Bukhara (Uzbekistan, Central Asia) // Phys. Earth Planet. Inter. 2021. V. 310. Art. 106633. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2020.106633>.
19. *Khokhlov A.V., Shcherbakov V.P., Lhuillier F.* Using the giant Gaussian process model from paleodirectional and paleointensity data to investigate paleomagnetic secular variation // Russ. J. Earth Sci. 2020. V. 20, No 6. Art. ES6013. <http://doi.org/10.2205/2020ES000710>
20. *Morzfeld M., Buffett B.A.* A comprehensive model for the kyr and Myr timescales of Earth's axial magnetic dipole field // Nonlin. Processes Geophys. 2019. V. 26, No 3. P. 123–142. <https://doi.org/10.5194/npg-26-123-2019>.
21. *Panovska S., Constable C.G., Korte M.* Extending global continuous geomagnetic field reconstructions on timescales beyond human civilization // Geochem. Geophys. Geosystems. 2018. V. 19, No 12. P. 4757–4772. <https://doi.org/10.1029/2018GC007966>.
22. *Щербатов В.П., Хохлов А.В., Сычева Н.К.* Анализ гипотезы большого Гауссова процесса как способа описания вековых вариаций вектора геомагнитного поля // Физика Земли. 2019. № 1. С. 214–228. <https://doi.org/10.31857/S0002-333720191214-228>.
23. *Arneitz P., Leonhardt R., Egli R., Fabian K.* Dipole and nondipole evolution of the historical geomagnetic field from instrumental, archeomagnetic, and volcanic data // J. Geophys. Res. Solid Earth. 2021. V. 126, No 10. Art. e2021JB022565. <https://doi.org/10.1029/2021JB022565>.
24. *Panovska S., Finlay C.C., Hirt A.M.* Observed periodicities and the spectrum of field variations in Holocene magnetic records // Earth Planet. Sci. Lett. 2013. V. 379. P. 88–94. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2013.08.010>.
25. *Starichenko S.V.* Analytic scaling laws in planetary dynamo models // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 2019. V. 113, No 1–2. P. 71–79. <https://doi.org/10.1080/03091929.2018.1551531>.

26. *Bouligand C., Gillet N., Jault D., Schaeffer N., Fournier A., Aubert J.* Frequency spectrum of the geomagnetic field harmonic coefficients from dynamo simulations // *Geophys. J. Int.* 2016. V. 207, No 2. P. 1142–1157. <https://doi.org/10.1093/gji/ggw326>.
27. *Старченко С.В., Смирнов А.Ю.* Объемные токи современного магнитного диполя в ядре Земли // *Физика Земли.* 2021. № 4. С. 42–46. <https://doi.org/10.31857/S0002333721040086>.
28. *Старченко С.В.* Гармонические источники главного геомагнитного поля // *Геомагнетизм и Аэрономия.* 2011. Т. 51, № 3. С. 412–418.

Поступила в редакцию 22.09.2023

Принята к публикации 01.11.2023

Старченко Сергей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН

Калужское шоссе, д. 4, г. Троицк, г. Москва, 108840, Россия

E-mail: sstarchenko@mail.ru

Яковлева Светлана Витальевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН

Калужское шоссе, д. 4, г. Троицк, г. Москва, 108840, Россия

E-mail: svyakov@inbox.ru

ISSN 2542-064X (Print)

ISSN 2500-218X (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA. SERIYA ESTESTVENNYE NAUKI

(Proceedings of Kazan University. Natural Sciences Series)

2023, vol. 165, no. 4, pp. 606–619

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2542-064X.2023.4.606-619

Comparative Evolutionary Analysis of Dipole and Non-Dipole Components of Geomagnetic Energy

S.V. Starchenko, S.V. Yakovleva***

Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation, Russian Academy of Sciences, Troitsk, Moscow, 108840 Russia

E-mail: *sstarchenko@mail.ru, **svyakov@inbox.ru

Received September 22, 2023; Accepted November 1, 2023

Abstract

The total energy of the potential geomagnetic field (up to the core-mantle boundary) is divided into dipole and non-dipole parts, which are determined by their evolution and frequency properties. The calculations presented here are based on the available and sufficiently reliable COV-OBS.x2 geomagnetic field model that covers the period of 1840–2020. The proposed approximations for longer periods are preliminary, as further work is required to estimate errors through comparison with other historical observational and paleomagnetic models of the geomagnetic field, as well as with numerical models of

the geodynamo. The actual dipole energy (about 5 EJ) turned out to be only three times higher than the non-dipole energy, rather than the previously reported one order or more. It was found that the dipole energy decreases relatively slowly and monotonically, while the non-dipole part changes much faster and quasi-periodically. Therefore, the characteristic times are on the order of one thousand years for the dipole component and on the order of hundreds of years for the non-dipole component, respectively. If the quadrupole and octupole contributions to the geomagnetic field are only considered, which is a natural limitation for paleo- and archaeomagnetologists, then the energy of such a “truncated” non-dipole part increases monotonically, and its evolutionary and frequency characteristics become different from the full (up to the 14th spherical harmonic) non-dipole part. The results show that the power or the time derivative of energy varies more significantly compared to the energy, being on the order of one hundred MW for both the dipole and non-dipole parts. Frequency values were obtained by analyzing the power/energy ratios.

Keywords: geomagnetic energy, dipole, non-dipole, evolution, comparison

Acknowledgements. This study was supported by the Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation, Russian Academy of Sciences as part of state funding under the Program of Basic Scientific Research of State Academies of Sciences “Research on the Magnetism of the Earth and Planets” (project no. 0037-2014-0004).

Figure Captions

Fig. 1. Evolutions of the geomagnetic field energy: total energy ($E = E_1 + E_2 + \dots E_{14}$), dipole energy (E_1), non-dipole energy ($E - E_1$), and the sum of octupole and quadrupole energy ($E_2 + E_3$).

Fig. 2. Comparative evolutions of various components of the geomagnetic field power: a) total power $P = dE/dt$ and dipole power $P_1 = dE_1/dt$; b) the power of the entire non-dipole field $P_2 = d(E - E_1)/dt$ and the total power of two non-dipole components $P_3 = d(E_2 + E_3)/dt$. The insets show the statistical values: M – arithmetic mean, MDM – median, RMS – root mean square, and σ – standard deviation.

Fig. 3. Evolutions of the “unit” variation or “frequency” of the geomagnetic field: a) total variation $S = P/E$ and dipole variation $S_1 = P_1/E_1$; b) non-dipole variation $S_2 = P_2/(E - E_1)$ and variation of the sum of two, octupole and quadrupole, non-dipole harmonics $S_3 = P_3/(E_2 + E_3)$. The insets show the corresponding statistical values similar to those in Fig. 2.

References

1. Yanovskii B.M. *Zemnoi magnetizm* [Terrestrial Magnetism]. Leningrad, Izd. LGU, 1978. 591 p. (In Russian)
2. Jackson A., Jonkers A.R.T., Walker M.R. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records. *Philos. Trans. R. Soc., A*, 2000, vol. 358, no. 1768, pp. 957–990. <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0569>.
3. Thébault E., Finlay C.C., Beggan C.D., Alken P., Aubert J., Barrois O., Bertrand F., Bondar T., Boness A., Brocco L., Canet E., Chambodut A., Chulliat A., Coïsson P., Civet F., Du A., Fournier A., Fratter I., Gillet N., Hamilton B., Hamoudi M., Hulot G., Jager T., Korte M., Kuang W., Lalanne X., Langlais B., Léger J.-M., Lesur V., Lowes F.J., Macmillan S., Manda M., Manoj C., Maus S., Olsen N., Petrov V., Ridley V., Rother M., Sabaka T.J., Saturnino D., Schachtschneider R., Sirol O., Tangborn A., Thomson A., Toffner-Clausen L., Vigneron P., Wardinski I., Zvereva T. International geomagnetic reference field: The 12th generation. *Earth, Planets Space*, 2015, vol. 67, no. 1, art. 79. <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9>.
4. Lowes F.J. Spatial power spectrum of the main geomagnetic field, and extrapolation to the core. *Geophys. J. Int.*, 1974, vol. 36, no. 3, pp. 717–730. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1974.tb00622.x>.
5. Schaeffer N., Jault D., Nataf H.-C., Fournier A. Turbulent geodynamo simulations: A leap towards Earth’s core. *Geophys. J. Int.*, 2017, vol. 211, no. 1, pp. 1–29. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx265>.
6. Mauersberger P. Das Mittel der Energiedichte des geomagnetischen Hauptfeldes an der Erdoberfläche und seine säkulare Änderung. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 1956, Bd. 65, S. 207–215. (In German)
7. Lowes F.J. Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields. *J. Geophys. Res.*, 1966, vol. 71, no. 8, pp. 2179–2179. <https://doi.org/10.1029/JZ071i008p02179>.

8. Bayanjargal G. The total energy of geomagnetic field. *Geomech. Geophys. Geo-Energy Geo-Resour.*, 2015, vol. 1, nos. 1–2, pp. 29–33. <https://doi.org/10.1007/s40948-015-0006-y>.
9. Starchenko S.V., Yakovleva S.V. Energy and power spectra of the potential geomagnetic field since 1840. *Geomagn. Aeron.*, 2019, vol. 59, no. 2, pp. 242–248. <https://doi.org/10.1134/S0016793219010122>.
10. Starchenko S.V., Yakovleva S.V. Determination of specific time variations in the energy of the Earth's magnetic potential field from the IGRF model. *Geomagn. Aeron.*, 2019, vol. 59, no. 5, pp. 606–611. <https://doi.org/10.1134/S0016793219050128>.
11. Gillet N., Barrois O., Finlay C.C. Stochastic forecasting of the geomagnetic field from the COV-OBS.x1 geomagnetic field model, and candidate models for IGRF-12. *Earth, Planets Space*, 2015, vol. 67, no. 1, art. 71. <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0225-z>.
12. De Santis A., Qamili E., Cianchini G. Ergodicity of the recent geomagnetic field. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2011, vol. 186, nos. 3–4, pp. 103–110. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2011.04.008>.
13. Shebalin J.V. Magnetohydrodynamic turbulence and the geodynamo. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2018, vol. 285, pp. 59–75. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2018.10.008>.
14. Shebalin J.V. Magnetic helicity and the geodynamo. *Fluids*, 2021, vol. 6, no. 3, art. 99. <https://doi.org/10.3390/fluids6030099>.
15. Shebalin J.V. Broken ergodicity in magnetohydrodynamic turbulence. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 2013, vol. 107, no. 4, pp. 411–466. <https://doi.org/10.1080/03091929.2011.589385>.
16. Huder L., Gillet N., Finlay C.C., Hammer M.D., Tchoungui H. COV-OBS.x2: 180 years of geomagnetic field evolution from ground-based and satellite observations. *Earth, Planets Space*, 2020, vol. 72, no. 1, art. 160. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01194-2>.
17. Nachasova I.E., Pilipenko O.V. Archaeomagnetic studies at Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences: History and main results. *Izv., Phys. Solid Earth*, 2019, vol. 55, no. 2, pp. 298–310. <https://doi.org/10.1134/S1069351319020071>.
18. Troyano M., Gallet Y., Genevey A., Pavlov V., Fournier A., Lagroix F., Niyazova M., Mirzaakhmedov D. Analyzing the geomagnetic axial dipole field moment over the historical period from new archeointensity results at Bukhara (Uzbekistan, Central Asia). *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2021, vol. 310, art. 106633. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2020.106633>.
19. Khokhlov A.V., Shcherbakov V.P., Lhuillier F. Using the giant Gaussian process model from paleodirectional and paleointensity data to investigate paleomagnetic secular variation. *Russ. J. Earth Sci.*, 2020, vol. 20, no. 6, art. ES6013. <http://doi.org/10.2205/2020ES000710>.
20. Morzfeld M., Buffett B.A. A comprehensive model for the kyr and Myr timescales of Earth's axial magnetic dipole field. *Nonlinear Processes Geophys.*, 2019, vol. 26, no. 3, pp. 123–142. <https://doi.org/10.5194/npg-26-123-2019>.
21. Panovska S., Constable C.G., Korte M. Extending global continuous geomagnetic field reconstructions on timescales beyond human civilization. *Geochem., Geophys., Geosyst.*, 2018, vol. 19, no. 12, pp. 4757–4772. <https://doi.org/10.1029/2018GC007966>.
22. Shcherbakov V.P., Khokhlov A.V., Sycheva N.K. Analysis of the hypothesis of a Giant Gaussian Process as a means for describing secular variations of the geomagnetic field vector. *Izv., Phys. Solid Earth*, 2019, vol. 55, no. 1, pp. 182–194. <https://doi.org/10.1134/S1069351319010099>.
23. Arneitz P., Leonhardt R., Egli R., Fabian K. Dipole and nondipole evolution of the historical geomagnetic field from instrumental, archeomagnetic, and volcanic data. *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 2021, vol. 126, no. 10, art. e2021JB022565. <https://doi.org/10.1029/2021JB022565>.
24. Panovska S., Finlay C.C., Hirt A.M. Observed periodicities and the spectrum of field variations in Holocene magnetic records. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2013, vol. 379, pp. 88–94. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2013.08.010>.
25. Starchenko S.V. Analytic scaling laws in planetary dynamo models. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 2019, vol. 113, nos. 1–2, pp. 71–79. <https://doi.org/10.1080/03091929.2018.1551531>.
26. Bouligand C., Gillet N., Jault D., Schaeffer N., Fournier A., Aubert J. Frequency spectrum of the geomagnetic field harmonic coefficients from dynamo simulations. *Geophys. J. Int.*, 2016, vol. 207, no. 2, pp. 1142–1157. <https://doi.org/10.1093/gji/ggw326>.

-
27. Starchenko S.V., Smirnov A.Yu. Volume currents of present-day magnetic dipole in the Earth's core. *Izv., Phys. Solid Earth*, 2021, vol. 57, no. 4, pp. 474–478. <https://doi.org/10.1134/S106935132104008X>.
28. Starchenko S.V. Harmonic sources of the main geomagnetic field in the Earth's core. *Geomagn. Aeron.*, 2011, vol. 51, no. 3, pp. 409–414. <https://doi.org/10.1134/S0016793211030169>.
-

⟨ **Для цитирования:** Старченко С.В., Яковлева С.В. Сравнительный эволюционный анализ дипольных и недипольных компонент геомагнитной энергии // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Естеств. науки. 2023. Т. 165, кн. 4. С. 606–619. <https://doi.org/10.26907/2542-064X.2023.4.606-619>. ⟩

⟨ **For citation:** Starchenko S.V., Yakovleva S.V. Comparative evolutionary analysis of dipole and non-dipole components of geomagnetic energy. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Estestvennye Nauki*, 2023, vol. 165, no. 4, pp. 606–619. <https://doi.org/10.26907/2542-064X.2023.4.606-619>. (In Russian) ⟩